UNIVERSIDAD DE PUERTO RICO
RECINTO UNIVERSITARIO DE MAYAGÜEZ
PRECÁLCULO 2 MATE3172

EXAMEN FINAL

Fecha:____________________

Valor: 107 pts.

Nombre:______________________________ #Est: __________

Profesor: ______________________________ Sección: __________

Instrucciones:

- Dispone de 2 horas para responder el examen.
- En los problemas abiertos debe mostrar claramente su procedimiento de lo contrario no obtendrá puntos parciales.
- Debe apagar y guardar todo teléfono celular y todo reproductor de música.
- Puede utilizar calculadora no gráfica.
- No puede utilizar hojas adicionales

Parte I. (48pts.) Escoge. **En los siguientes ejercicios seleccione la mejor alternativa. Responder en la siguiente tabla.** (3 pts. c/u.)

(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)
(9)	(10)	(11)	(12)	(13)	(14)	(15)	(16)

(1) La solución de la ecuación $2^{3x-1} = 5$ es: ______

A. $x = \dfrac{\ln(10)}{3\ln(2)}$

B. $x = \dfrac{\ln(3)}{2\ln(10)}$

C. $x = \dfrac{\ln(10)}{\ln(2)}$

D. $x = \dfrac{\ln(2)}{\ln(10)}$

(2) La expresión $\dfrac{1}{4}\log_b(x) - 3\log_b(y)$ en términos de un solo logaritmo es: ______

A. $\log_b\left(\dfrac{\frac{1}{4}x}{3y}\right)$

B. $\log_b\left(\dfrac{y^3}{x^{\frac{1}{4}}}\right)$

C. $\log_b\left(\dfrac{x^{\frac{1}{4}}}{y^3}\right)$

D. Ninguna de las anteriores

(3) El rango de la función exponencial $f(x) = e^{x+3}$ es: ______

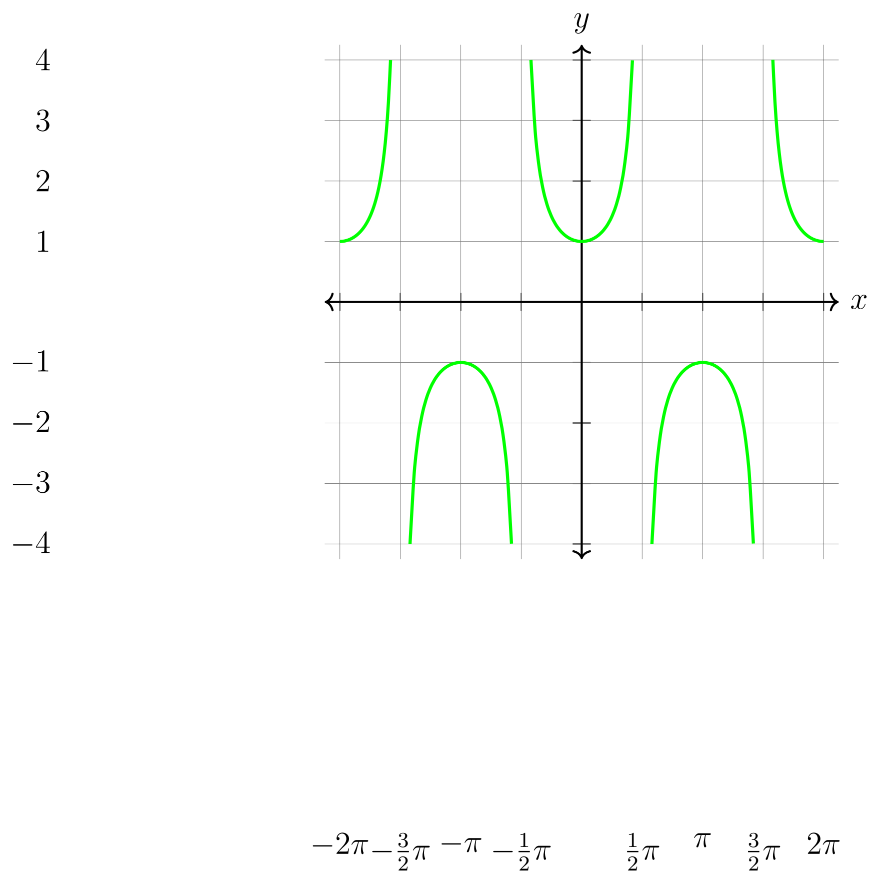
A. $(-3, \infty)$

B. $(0, \infty)$

C. $(-\infty, 0)$

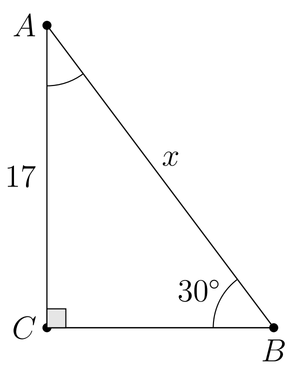
D. $(-\infty, \infty)$

(4) La gráfica a continuación representa a la función: ______



A. $y = \sec(x)$
B. $y = \csc(x)$
C. $y = \sec(2x)$
D. $y = \csc(2x)$

(5) En el triángulo que se muestra, el valor de x es: ______



A. 30
B. 34
C. 19.63
D. 28

(6) ¿Cuál de las siguientes sucesiones **no** es una sucesión aritmética? ______

A. $5, 11, 17, 23, \ldots$
B. $5, 10, 15, 20, \ldots$
C. $2, 4, 8, 16 \ldots$
D. $3, 6, 9, 12, \ldots$

(7) Las coordenadas exactas del punto terminal $P(x, y)$ en el circulo unitario, determinado por $t = -\frac{5\pi}{3}$ son: ______

A. $\left(-\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$
B. $\left(\frac{1}{2}, -\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$
C. $\left(\frac{1}{2}, -\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$
D. $\left(\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$

(8) $3\sin^2(\theta) + 3\cos^2(\theta)$ es igual a : ______

A. 1
B. 3
C. $3\cos(2\theta)$
D. $\cos(6\theta)$

(9) El valor exacto de la expresión $\dfrac{\tan(35^\circ)+\tan(25^\circ)}{1-\tan(35^\circ)\tan(25^\circ)}$ es: ______

A. $\sqrt{3}$
B. $\dfrac{\sqrt{3}}{3}$
C. $\tan(35^\circ)$
D. $\tan(25^\circ)$

(10) Las soluciones de $\sin(2x)=1$ en $[0,2]$ son: ______

A. $\dfrac{\pi}{3}, \dfrac{5\pi}{3}$
B. $\dfrac{\pi}{4}, \dfrac{7\pi}{4}$
C. $\dfrac{\pi}{4}, \dfrac{5\pi}{4}$
D. $\dfrac{\pi}{3}, \dfrac{2\pi}{3}$

(11) Si $\sin(\theta)=\dfrac{4}{5}$ para θ en el segundo cuadrante, entonces $\cos(2\theta)$ es: ______

A. $\dfrac{7}{25}$
B. $-\dfrac{9}{25}$
C. $-\dfrac{7}{25}$
D. $\dfrac{9}{25}$

(12) La expresión trigonométrica $\sin(\cos^{-1}(x))$ es equivalente a la expresión algebraica: ______

A. $\sqrt{1-x^2}$
B. $\dfrac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
C. x^2
D. x

(13) Al evaluar $\begin{vmatrix} 1 & 3 & 4 \\ 2 & 2 & 1 \\ 3 & 1 & 1 \end{vmatrix}$ se obtiene: ______

A. 3
B. 0
C. 12
D. -12

(14) La solución del siguiente sistema de ecuaciones es: ______

$$\begin{cases} 3x - 5y = 6 \\ 15x + 5y = 12 \end{cases}$$

A. $x=3,\ y=-5$
B. $x=2-\dfrac{5}{3}t,\ y=t,\ t\in R$
C. $x=1,\ y=-\dfrac{3}{5}$
D. $x=2+\dfrac{5}{3}t,\ y=t,\ t\in R$

(15) De las siguientes matrices, la que **no** tiene inversa es: ______

A. $\begin{bmatrix} -9 & 11 \\ -8 & 7 \end{bmatrix}$

B. $\begin{bmatrix} -5 & 3 \\ 10 & -6 \end{bmatrix}$

C. $\begin{bmatrix} -3 & 0 \\ 2 & -1 \end{bmatrix}$

D. $\begin{bmatrix} 14 & 12 \\ 6 & 2 \end{bmatrix}$

(16) Si la matriz aumentada de un sistema de ecuaciones lineales es
$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 0 & 1 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right]$ entonces el sistema ______

A. Tiene una solución única

B. Tiene infinitas soluciones

C. No tiene solución

D. Ninguna de las anteriores

Parte II. (7pts.) **Llena los siguientes blancos:**

(1) (2pts.) La medida en grados de un ángulo que mide $\dfrac{47\pi}{36}$ radianes es ____________

(2) (2pts.) Al utilizar la formula de cambio de base, $\log(4) = \dfrac{\log(\quad\quad)}{\log(\quad\quad)}$ ____________

(3) (3pts.) El tercer término de la sucesión dada por $a_{n+1} = (2n+1)a_n$, con $a_1 = 2$ es ____________

Parte III. (52pts.) Problemas abiertos. **Realice los siguientes ejercicios en el espacio provisto. Debe mostrar todo su procedimiento realizado para poder recibir puntuación completa.**

(1) (8pts.) Para la siguiente sucesión geométrica $2, \frac{1}{2}, \frac{1}{8}, \frac{1}{32}, \ldots$

i. ¿Cuál es la razón común?

ii. ¿Cuál es el quinto término de la sucesión?

iii. ¿Cuál es el enésimo término de la sucesión?

iv. Halle la suma parcial S_5

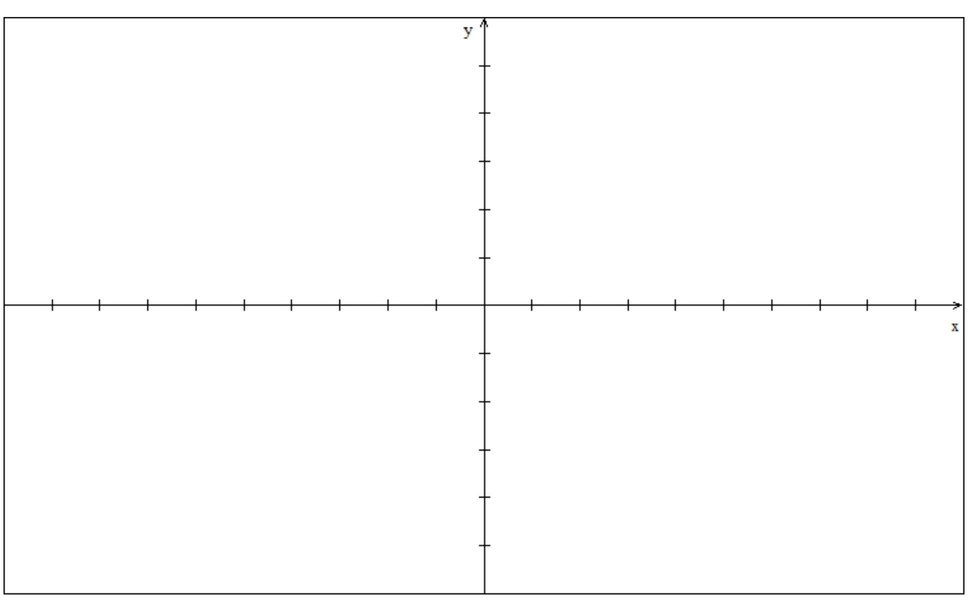
(2) (8pts.) Para la función $f(x) = 4\sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right)$ complete la siguiente información:

i. (1pts.) Amplitud: ____________

ii. (1pts.) Periodo: ____________

iii. (1pts.) Desplazamiento de fase (ángulo de fase) ____________

iv. (5pts.) Trace la gráfica de $f(x) = 4\sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right)$, mostrando al menos un ciclo e identificando claramente los interceptos, máximos y mínimos.



(3) (5pts.) Dado un triángulo $\triangle ABC$ cuyos lados miden 14cm, 16cm y 18cm, determine la medida del ángulo opuesto al lado más grande. Redondee al grado más cercano.

(4) (6pts.) Si un ángulo θ está en posición estándar y su lado terminal pasa por el punto $(\sqrt{7}, 3)$ entonces:

i. $\sin(\theta) =$

ii. $\cos(\theta)$

iii. $\tan(\theta) =$

(5) (10pts.) Resuelva el siguiente sistema de ecuaciones por el método de eliminación de Gauss o Gauss Jordan (con matrices).

$$\begin{cases} x + y + z = 3 \\ 2x + y + z = 1 \\ x + y + 2z = 0 \end{cases}$$

(6) (8pts.) Considere a las siguientes matrices:

$$A = \begin{bmatrix} -3 & 0 & 5 \\ -2 & 1 & 4 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 0 & 7 \end{bmatrix} \quad C = \begin{bmatrix} 2 & 6 \\ 3 & -4 \end{bmatrix}$$

i. (4pts.) Halle $3B + C$

ii. (4pts.) Halle BA

(7) (7pts.) Halle la inversa de la matriz a continuación

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 4 \end{bmatrix}$$

Identidades fundamentales

$$\sec(\theta) = \frac{1}{\cos(\theta)} \qquad \cot(\theta) = \frac{\cos(\theta)}{\sin(\theta)}$$

$$\csc(\theta) = \frac{1}{\sin(\theta)} \qquad \cos^2(\theta) + \sin^2(\theta) = 1$$

$$1 + \tan^2(\theta) = \sec^2(\theta)$$

$$\tan(\theta) = \frac{\sin(\theta)}{\cos(\theta)} \qquad \cot^2(\theta) + 1 = \csc^2(\theta)$$

Identidades para la suma y diferencia de dos ángulos

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos(\alpha)\cos(\beta) - \sin(\alpha)\sin(\beta) \qquad \tan(\alpha + \beta) = \frac{\tan(\alpha) + \tan(\beta)}{1 - \tan(\alpha)\tan(\beta)}$$

$$\cos(\alpha - \beta) = \cos(\alpha)\cos(\beta) + \sin(\alpha)\sin(\beta)$$

$$\tan(\alpha - \beta) = \frac{\tan(\alpha) - \tan(\beta)}{1 + \tan(\alpha)\tan(\beta)}$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin(\alpha)\cos(\beta) + \sin(\beta)\cos(\alpha)$$

$$\sin(\alpha - \beta) = \sin(\alpha)\cos(\beta) - \sin(\beta)\cos(\alpha)$$

Identidades de doble ángulo y de ángulo medio

$$\sin(2\alpha) = 2\sin(\alpha)\cos(\alpha) \qquad \tan(2\alpha) = \frac{2\tan(\alpha)}{1 - \tan^2(\alpha)} \qquad \tan\left(\frac{\alpha}{2}\right) = \frac{\sin(\alpha)}{1 + \cos(\alpha)}$$

$$\cos(2\alpha) = \cos^2(\alpha) - \sin^2(\alpha) \qquad \tan\left(\frac{\alpha}{2}\right) = \frac{1 - \cos(\alpha)}{\sin(\alpha)}$$

$$\cos\left(\frac{\alpha}{2}\right) = \pm\sqrt{\frac{1 + \cos(\alpha)}{2}}$$

$$\cos(2\alpha) = 2\cos^2(\alpha) - 1 \qquad \tan\left(\frac{\alpha}{2}\right) = \pm\sqrt{\frac{1 - \cos(\alpha)}{1 + \cos(\alpha)}}$$

$$\sin\left(\frac{\alpha}{2}\right) = \pm\sqrt{\frac{1 - \cos(\alpha)}{2}}$$

$$\cos(2\alpha) = 1 - 2\sin^2(\alpha)$$

Fórmulas de producto-suma y suma-producto

$$\sin(\alpha)\cos(\beta) = \tfrac{1}{2}(\sin(\alpha + \beta) + \sin(\alpha - \beta)) \qquad \cos(\alpha) + \cos(\beta) = 2\cos\left(\tfrac{\alpha+\beta}{2}\right)\cos\left(\tfrac{\alpha-\beta}{2}\right)$$

$$\cos(\alpha)\sin(\beta) = \tfrac{1}{2}(\sin(\alpha + \beta) - \sin(\alpha - \beta)) \qquad \cos(\alpha) - \cos(\beta) = -2\sin\left(\tfrac{\alpha+\beta}{2}\right)\sin\left(\tfrac{\alpha-\beta}{2}\right)$$

$$\sin(\alpha) + \sin(\beta) = 2\sin\left(\tfrac{\alpha+\beta}{2}\right)\cos\left(\tfrac{\alpha-\beta}{2}\right)$$

$$\cos(\alpha)\cos(\beta) = \tfrac{1}{2}(\cos(\alpha + \beta) + \cos(\alpha - \beta)) \qquad \sin(\alpha) - \sin(\beta) = 2\cos\left(\tfrac{\alpha+\beta}{2}\right)\sin\left(\tfrac{\alpha-\beta}{2}\right)$$

$$\sin(\alpha)\sin(\beta) = \tfrac{1}{2}(\cos(\alpha + \beta) - \cos(\alpha - \beta))$$

Círculo unitario